

文章编号: 1000 8055(2008)01 0026-06

结构可靠度逐步逼近径向基神经网络响应面法

蒋向华, 杨晓光, 王延荣

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘 要: 提出了逐步逼近径向基神经网络响应面法计算结构可靠度, 这种数值方法较好地解决了结构功能函数非线性及结构随机变量非正态分布时采用结构可靠度指标度量结构可靠度存在误差的问题. 经过多个数值试验表明, 该算法迭代收敛迅速、计算准确性较高、应用过程简单. 利用这种方法对含有多个随机变量的结构进行可靠性分析和设计, 特别是当结构功能函数具有较强的非线性或结构随机变量分布具有较大的偏斜度时, 具有一定的应用价值.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 功能函数; 径向基神经网络; 响应面法

中图分类号:

文献标识码: A

An iterative RBF ANN response surface method for structural reliability analysis

JIANG Xiang-hua, YANG Xiao-guang, WANG Yan-rong

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Structural reliability index for response surface method of RBF ANN was developed, which could resolve the error of structural reliability when the structure performance function was nonlinear or the variables were nonnormally distributed. An improved approach named as iterative radial basis function (RBF) artificial neural network (ANN) response surface method (RSM) was characterized by rapid iterative convergence speed, higher calculation accuracy and simple process. This method allows for reliability analysis and design of structure comprising multiple random variables, especially when the structure performance function is highly nonlinear or the variables are nonnormally distributed.

Key words: aerospace propulsion system; performance function; radial basis function artificial neural network (RBF ANN); response surface method

近年来, 随着计算和设计技术的不断提高, 结构可靠性设计正引起人们越来越多的关注. 结构可靠性设计以结构可靠度计算为基础, 而当前结构可靠度计算的一项主要内容即为求解结构可靠度指标. 结构可靠度指标是指将影响结构可靠度的随机变量由原始空间转换到标准正态空间后, 结构功能函数的失效面到坐标原点的最短距离 $\beta^{[1]}$. 然而采用这种几何意义上的结构可靠度指标

β 来度量结构可靠度是存在一定的局限性, 表现在当结构的功能函数 $Z = G(X)$ 为线性时, 通过 β 值来度量结构可靠度是有效的; 但随着结构功能函数非线性的增强, 仍然单靠 β 值来度量的结构可靠度将会产生误差; 当结构功能函数具有较强的非线性时, 这种误差将严重影响计算结果的准确性.

另外对于随机变量服从非正态分布的结构可

收稿日期: 2006 12 16; 修订日期: 2007 03 28

作者简介: 蒋向华(1976-), 湖南永州人, 博士后, 主要从事结构强度、可靠性方面研究工作.

靠度计算,采用结构可靠度指标来计算时,一般要求先将非正态变量当量正态化^[2],而这个过程具有一定的复杂性,并会产生一定的误差,当非正态分布的偏斜度较大时,这种误差会较为明显。

为解决上述问题,本文研究了一种基于径向基神经网络构建逐步逼近响应面的结构可靠度数值计算方法. 计算结果表明,该方法在上述情况下表现出较好的计算性能,具有一定的应用价值。

1 结构可靠度指标 β 的局限性

线性结构功能函数的失效面在标准正态空间中展开成平面,如图 1 所示,可以根据失效面到坐标原点的最短距离(结构可靠度指标 β)来度量结构可靠度的大小,其准确性是大家所接受的. 但当结构功能函数为非线性时,失效面将不再是一个平面,此时距离 β 不能再准确地反映结构可靠度的大小,会存在一定的误差,而且这种误差随着功能函数非线性的增强而增加。

例如,取结构功能函数为

$$Z = g(x, y) = \frac{1}{3}(x - y)^2 - (x + y) + 0.5$$

(1)

其中 x, y 均为标准正态分布的随机变量. 采用直接蒙特卡洛法抽样 10^5 次的结果表明,该函数的失效面呈抛物线形,如图 2 所示. 式(1)的结构可靠度指标 β 及结构可靠度如表 1 所示,表中 R_β 为按照结构可靠度指标 β 得到的结构可靠度, R_M 为按照直接蒙特卡洛法抽样得到的可靠度,亦即结构可靠度的相对精确解, E 为 R_β 的绝对误差, E_r 为相对误差. 由结果可以看出, R_β 的误差很大。

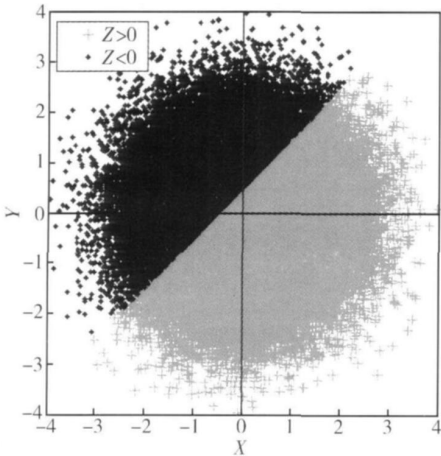


图 1 线性功能函数样本散布图
Fig. 1 Scattergram of linear performance function

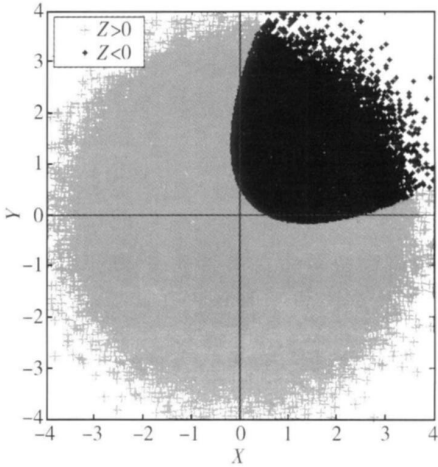


图 2 非线性功能函数样本散布图
Fig. 2 Scattergram of nonlinear performance function

表 1 非线性功能函数(1)的结构可靠度计算结果及比较

Table 1 Reliability evaluation results of nonlinear performance function (1)				
β	R_β	R_M	E	E_r
0.354	0.638	0.755	- 0.117	15.5 %

2 结构功能函数非线性的因素

造成结构功能函数非线性的因素来自多方面,因结构、载荷、环境等多方面的不同而不同. 对于一般的机械结构,可能引起结构功能函数非线的因素有:

- 1) 材料非线性、结构几何非线性;
- 2) 结构荷载的非线性,如温度场分布及变化、位移和接触条件的突变等;
- 3) 结构表面完整性的不同及局部应力集中;
- 4) 结构复杂性的增加;
- 5) 结构精细设计要求冗余量降低,使结构部分或完全进入非线性工作状态.

3 结构可靠度计算的逐步逼近径向基神经网络响应面法

式(1)的计算结果表明当结构功能函数非线性时, β 值不能代表整个失效面的性质,因而不能完全反映结构的可靠程度. 为了能够更准确地计算结构可靠度,应该更为全面地模拟整个失效面。

但在一般情况下,失效面的模拟是具有相当难度的. 原因在于精确地模拟失效面需要有足够数量的、而且正好位于失效界面上的样本,而实际结构的样本数是非常有限的,并且这些样本一般

都不在失效面上(功能函数值 $Z \neq 0$), 不能用以直接描述失效面的形状.

基于上述情况, 结合神经网络在非线性模拟上的优良性能, 本文提出了一种新的算法来计算结构可靠度——逐步逼近径向基神经网络响应面法. 该方法的主要思路是通过专门设计的数值逼近策略, 试图将有限的样本尽量散布在离失效面最近的位置, 从而达到快速、高效地模拟失效面的

目的.

径向基神经网络是针对 BP 神经网络存在收敛速度慢和存在局部极小等固有缺陷而提出的一种改进网络, 它在函数逼近能力、学习速度等方面均优于 BP 网络且具有较好的泛化能力^[3].

逐步逼近径向基神经网络响应面法的主要计算过程如图 3 所示.

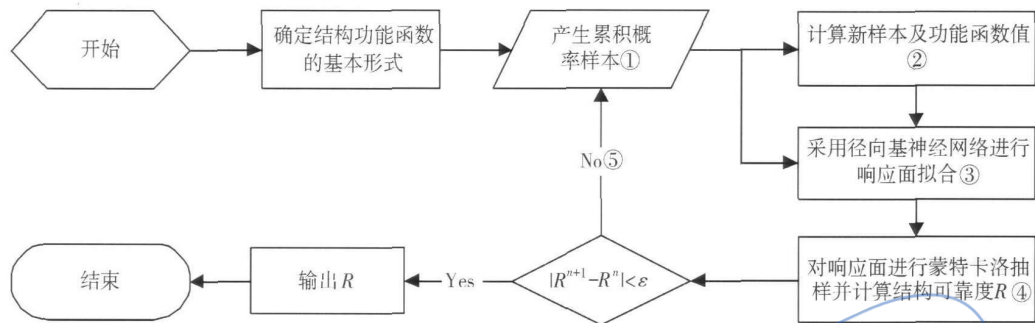


图 3 逐步逼近径向基神经网络响应面法计算流程

Fig. 3 Flow chart of iterative RBF ANN RSM

其中:

① 逐步逼近径向基神经网络响应面法不直接产生服从随机变量分布的样本 X , 而是先产生样本的累积概率值 C_x . 这种处理具有多个作用: 首先所有分布类型的累积概率值均服从 $[0, 1]$ 区间的均匀分布, 因而该处理降低了对变量分布类型的敏感性, 灵活地避免了非正态变量的当量正态化过程, 提高了计算的准确性, 降低了计算的复杂性; 同时还可以保证每个样本内在不同维数上的元素具有相同的数量级; 而且 C_x 与缺省径向基函数的分布系数(1.0)相近^[4], 提高了神经网络拟合的精确度. C_x 的产生可以选用如下三种方法进行样本设计: 中心复合设计法(Central Composite Design)^[5]、Box-Behnken 矩阵设计法(Box-Behnken Matrix Design)^[6] 和二水平因子设计法(Two-level Fractional Factorial Design)^[7];

② 根据 C_x 计算样本值 X , 并计算功能函数值 $Z = g(X)$;

③ 采用径向基神经网络进行拟合, 其中输入为 C_x , 输出为 Z ;

④ 对响应面的蒙特卡洛抽样, 样本中未失效样本数占总样本数的比例即为可靠度 R ;

⑤ 如图 4 所示, 样本空间的中心点为 K , $B^{(n)}$ 为失效样本中与 K 点距离最小的点, $C^{(n)}$ 为本次迭代的设计样本中心点, 下次迭代新设计样本的

中心点 $C^{(n+1)}$ 在 $B^{(n)}$ 点与 $C^{(n)}$ 点之间, 并且三点之间的距离关系如式(2)所示, 式中 C_r 为迭代步长系数, 综合考虑 C_r 对迭代收敛性及收敛速度的影响, 经多次数值实验分析后建议取为 0.5.

$$\frac{C^{(n)} C^{(n+1)}}{B^{(n)} C^{(n+1)}} = C_r \tag{2}$$

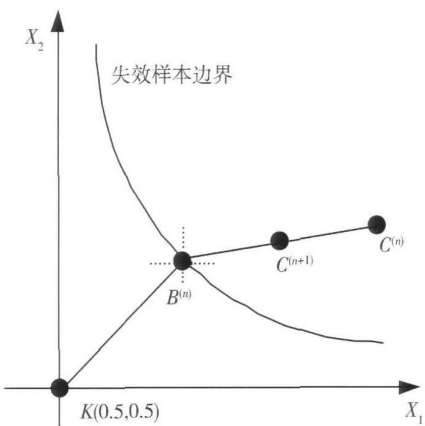


图 4 新设计样本中心点的产生

Fig. 4 Position of the next iteration central design point

4 逐步逼近径向基神经网络响应面法的应用

为了校验逐步逼近径向基神经网络响应面法的适用性和有效性, 下面选取不同的例子进行数值试验. 特别说明, 限于计算机内存和速度, 下面

计算中逐步逼近径向基神经网络响应面法的迭代精度控制为 $|R^n - R^{n-1}| < 0.001$, 对响应面的蒙特卡洛抽样次数为 10^6 次; 相对精确解为采用直接蒙特卡洛模拟 10^7 次的结果。

例 1: 线性结构功能函数

$$Z = g(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 - 0.5(x_3 - 1)$$

(3)

其中 x_1, x_2, x_3 均服从标准正态分布. 计算结果如表 2 所示, 其中 R_β 为按结构可靠度指标 β 计算的结构可靠度; R_N 为采用逐步逼近径向基神经网络响应面法的计算结果, 并按照样本设计方法的不同, 分为 R_{N1}, R_{N2}, R_{N3} 三个结果, 依次对应中心复合设计法、Box-Behnken 矩阵设计法和二水平因子设计法; R_M 为直接蒙特卡洛模拟的相对精确结构可靠度值(表 2 同)。

表 2 例 1 结构可靠度计算结果

Table 2 Reliability evaluation results of Ex. 1

	R_β	R_{N1}	R_{N2}	R_{N3}	R_M
可靠度	0.631	0.632	0.632	0.636	0.631
误差	0.000	0.001	0.001	0.005	—
迭代次数× 设计样本数	—	3×15	7×13	7×7	—

例 2: 非线性结构功能函数式(1)

其中 x, y 均服从标准正态分布. 计算结果如表 3 所示, 图 5 为直接蒙特卡洛法模拟结果在累积概率坐标系下的散布图。

表 3 例 2 结构可靠度计算结果

Table 3 Reliability evaluation results of Ex. 2

	R_β	R_{N1}	R_{N2}	R_{N3}	R_M
可靠度	0.638	0.751	0.752	0.726	0.755
误差	-0.117	-0.004	-0.003	-0.029	—
迭代次数× 设计样本数	—	3×9	7×5	5×5	—

例 3: 含有非正态变量的线性结构功能函数

$$Z = g(x, y) = x - y$$

(4)

其中 x 服从威布尔分布 $Weibull \sim (m = 1, \eta = 1.1, \gamma = 0)$, 偏斜度为 1.73, y 均服从标准正态分布. 计算结果如表 4 所示, 其中 R_T 为对 x 变量进行正态当量化后采用直接蒙特卡洛抽样 10^7 的计算结果, 图 6 为直接蒙特卡洛法模拟结果在累积

概率坐标系下的散布图。

表 4 例 3 结构可靠度计算结果

Table 4 Reliability evaluation results of Ex. 3

	R_T	R_{N1}	R_{N2}	R_{N3}	R_M
可靠度	0.696	0.767	0.757	0.769	0.766
误差	0.070	0.001	-0.009	0.003	—
迭代次数× 设计样本数	—	9×9	3×5	3×5	—

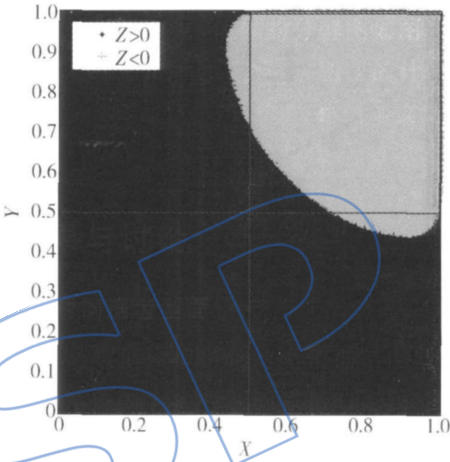


图 5 例 2 样本散布图

Fig. 5 Scattergram of Ex. 2

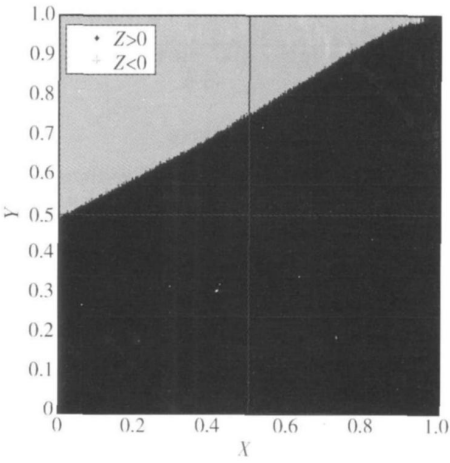


图 6 例 3 样本散布图

Fig. 6 Scattergram of Ex. 3

例 4: 在工程结构可靠性中分析中的应用

某型航空发动机涡轮盘, 有限元模型采用轴对称单元, 如图 7 所示, 材料为 GH4169^[8]. 涡轮盘受本身的离心力和叶片离心力共同作用, 其转速载荷谱如图 8 所示, 其中叶片离心力按实际转速计算并作为外力加在轮缘; 涡轮盘受瞬态温度

场作用,其中 P 点的温度谱如图 9 所示. 一个涡轮盘循环的载荷共有 626 个子步. 经过确定性有限元计算,得知涡轮盘中应力极大值点为 P , 该点受 $R=0$ 的恒幅疲劳载荷作用, 塑性应变很小, 可采用应力 - 寿命关系进行疲劳寿命分析. 现以 P 点为例, 分析涡轮盘在给定时刻 $N^* = 10^5$ 标准工作循环时的结构疲劳寿命可靠性.

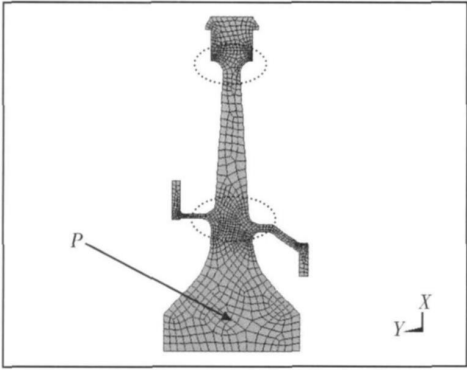


图 7 涡轮盘有限元网格

Fig. 7 Finite element mesh of the turbine disk

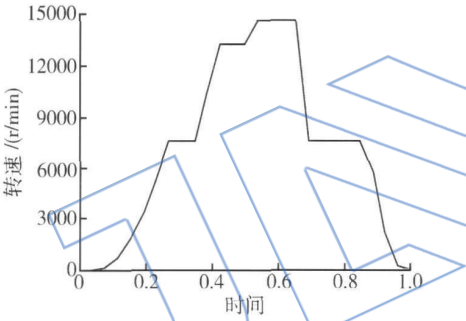


图 8 转速谱

Fig. 8 Rotational velocity vs time

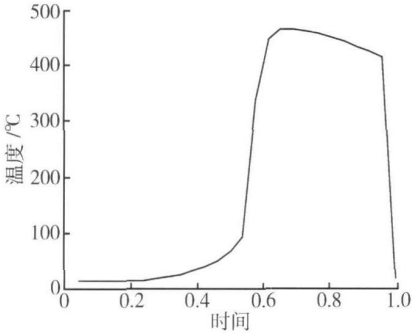


图 9 P 点温度谱

Fig. 9 Temperature vs time at point P

考虑涡轮盘中存在如下随机变量:

(1) 材料强度随机, 疲劳强度随机的处理方法采用文献[9] 模糊概率积分法(Fussy Probability Integral, FPI)中的数值抽样技术;

(2) 结构尺寸随机, 设置结构中倒角和孔边部位(如图 7 中虚线所示)的应力集中系数, 该系数服从正态分布 $N \sim (\mu = 1, v = 0.02)$ (N 代表正态分布, μ 为均值, v 为变异系数, 下同);

(3) 表面完整性随机, 设置外表面加工系数 $N \sim (\mu = 0.95, v = 0.02)$;

(4) 转速随机, 设转速系数 $N \sim (\mu = 1, v = 0.03)$;

(5) 温度场随机, 设温度系数 $N \sim (\mu = 1, v = 0.02)$;

(6) 材料杨氏模量随机, 设杨氏模量系数 $N \sim (\mu = 1, v = 0.03)$;

(7) 材料波松比随机, 设波松比系数 $N \sim (\mu = 1, v = 0.02)$.

该涡轮盘的结构功能函数可表示为

$$Z = f(X) - N^* = f(V_1, V_2, \dots, V_7) - N^* \tag{5}$$

式中 $V_1 \sim V_7$ 依次代表上述随机变量. 该函数为隐式, 求解过程中的应力计算采用含二次开发的 ANSYS 有限元程序, 单次确定性有限元计算时间约 3 h.

由于涡轮盘应力计算是多载荷步的, 同时也是非线性的, 计算过程非常费时. 对于 7 个随机变量, 采用中心复合设计法、Box-Behnken 矩阵设计法和二水平因子设计法的设计样本数量依次为 143, 85 和 15 个, 考虑到计算时间的限制, 本次计算的样本设计方法采用样本数量最少的二水平因子法. 取求解精度 $\Delta R = 0.001$ 时, 迭代共计算 4 步, 如图 10 所示. 采用个人单 CPU 电脑运算, 整个迭代计算共花费约 8 天时间.

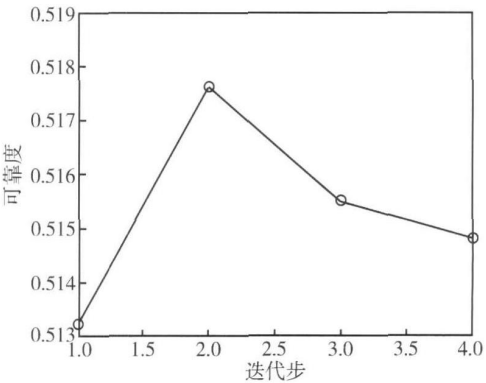


图 10 P 点可靠度迭代计算过程

Fig. 10 Reliability evaluation process at point P

5 结 论

本文针对结构可靠度指标的局限性, 提出了基于径向基神经网络构建逐步逼近响应面的结构可靠性分析方法, 并给出了几个不同类型的数值算例和工程应用实例. 计算结果表明, 对于线性结构功能函数, 结构可靠度指标 β 及逐步逼近神经网络响应面方法都可以准确地反映结构的可靠程度; 但当结构功能函数具有较强的非线性或随机变量不服从正态分布时, 结构可靠度指标 β 不能完全用来度量结构可靠度, 而此时逐步逼近径向基神经网络响应面法对结构可靠度仍然具有较为准确的计算能力; 采用没有进行样本缩减的中心复合设计法、Box-Behnken 矩阵设计法和二水平因子设计法进行样本设计, 对于相同多的随机变量, 三种方法所设计的样本数量依次减少, 一般情况下, 计算的准确度也相应减小, 但二水平因子法由于其样本数量少, 对于含有多个随机变量的情况具有非常大的优势. 逐步逼近径向基神经网络响应面法迭代收敛迅速、准确度较高、应用过程简单. 采用该方法对含有多个随机变量的结构进行可靠性分析和设计, 特别是当结构功能函数具有较强的非线性或结构随机变量分布具有较大的偏斜度时, 这种方法的简便性和实用性可以得到充分的发挥和体现.

参考文献:

[1] 孔瑞莲. 航空发动机可靠性工程[M]. 北京: 航空工业出版

社, 1996: 52-57.

- [2] 赵国藩, 金伟良, 贡金鑫. 结构可靠度理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000: 22-43.
- [3] 桂劲松, 康海贵. 计算结构可靠度的 RBF 神经网络响应面法[J]. 海洋工程, 2004, 22(3): 81-85.
GUI Jingsong, KANG Haigui. The response surface method of RBF artificial neural network for structural reliability analysis[J]. The Ocean Engineering, 2004, 22(3): 81-85.
- [4] 闻新, 周露, 李翔, 等. MATLAB 神经网络仿真与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 285-288.
- [5] Montgomery D C. Design and analysis of experiments[M]. New York: John Wiley & Sons, 1991.
- [6] Box G E P, Cox D R. An analysis of transformations[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B, 1964, 26: 211-252.
- [7] 方开泰, 覃红. 二水平因子设计的均匀性模式及其相关的准则[J]. 中国科学 A 辑, 2004, 34(4): 418-428.
FANG Kaitai, QIN Hong. Uniform pattern and related criteria for two level factorials[J]. Science in China: Ser. A, 2004, 34(4): 418-428.
- [8] 北京航空材料研究所. 航空发动机设计用材料数据手册: 第二册[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993: 94-170.
- [9] 蒋向华, 杨晓光, 王延荣. 结构可靠性分析的模糊概率积分法[J]. 航空学报, 2006, 27(1): 67-70.
JIANG Xianghua, YANG Xiaoguang, WANG Yanrong. Fussy probability integral method for structural reliability evaluation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(1): 67-70.